Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы
Математика институту

Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университети

Д 01.22.647 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.97

Доулбекова Салтанат Байызбековна

Факторизация ыкмасы менен серпилгич термелүүлөрдү сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесин чыгаруу

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын авторефераты

Бишкек – 2022

Диссертациялык иш Россия Федерациясынын биринчи президенти Б. Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин колдонмо математика жана информатика кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи: **Керимбеков Акылбек**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Россия Федерациясынын биринчи президенти Б. Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин колдонмо математика жана информатика кафедрасынын профессору

Расмий оппоненттер: **Искандаров Самандар**
физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун интегро-дифференциалык теңдемелер теориясынын лабораториясынын жетекчиси

Белеков Кенжебек Жолдошевич
физика-математика илимдеринин кандидаты, И. Арабаев ат. Кыргыз мамлекеттик университетинин, М. Рахимова ат. квалификацияны жогорулатуу жана кадрларды кайра даярдоо институтунун, табигый-математикалык билимдер кафедрасынын, доценттин м. а.

Жетектөөчү мекеме: Л. Н. Гумилев атындагы Евразия Улуттук университети, механико-математикалык факультети, (010000, Казак Республикасы, Нур-Султан ш., Сатпаев көчөсү, 2).

Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университетинин алдында физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасына талаптануучулардын диссертациясын коргоо боюнча түзүлгөн Д 01.22.647 диссертациялык кеңешинин 2022-ж. 20 май, саат 14.00дө, Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй пр. 265-а, 374-бөлмө дарегинде өтө турган отурумунда болот.

Коргоонун идентификатору – https://vc1.vak.kg/b/012-ltf-b7j-lgy

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын китепканаларынан (720071, Бишкек ш., Чүй пр., 265-а) жана Ж. Баласагын ат. Кыргыз Улуттук университетинин китепканаларынан (720033, Бишкек ш., Фрунзе көч., 547), ошондой эле www.math.kg; www.vak.kg сайттарынан таанышууга болот.

Автореферат 2022-жылдын 19 апрелинде таратылган.

Диссертациялык кеңештин илимий катчысы,
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Шаршембиева Ф. К.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Бөлүштүрүлгөн системаларды оптималдык башкаруунун жалпы теориясы көп жылдар бою изилденип келет жана физиканын, механиканын, экономиканын түрдүү тармактарынын процесстерин сүрөттөгөн бөлүштүрүлгөн системалардын ар түрдүүлүгүнөн улам актуалдуулугун жоготпой келет.

Тиркемелерде бөлүштүрүлгөн системалар үчүн оптималдык башкаруу теориясынын методдору менен изилдөөгө мүмкүн болгон, жеке туундуларда интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн колдонмо маселелер кездешет. Ушул эмгекте тышкы таасир этүү функциясы башкаруучу параметрлерге карата сызыктуу эмес болгон учурда Фредгольм интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн термелүү процесстерин башкаруу маселелери каралат. Мындай маселелер *сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелери* деп аталат. Изилдөөлөр башкаруучу параметрлерге чектөөлөр болгон учурда жүргүзүлдү.

Бөлүштүрүлгөн параметрлерге ээ системалар менен мүнөздөлгөн башкарылуучу процесстердин көп изилденгенине карабастан, мындай маселелер аз изилденген жана аларды чыгаруунун конструктивдүү методдору иштелип чыккан эмес. Ошондуктан оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселелеринин чыгарылышын изилдөө жана аларды чыгаруунун конструктивдүү методдорун иштеп чыгуу бөлүштүрүлгөн параметрлерге ээ системаларды оптималдык башкаруу теориясынын актуалдуу маселелеринин бири болуп саналат.

Бул багытта башкарылуучу параметрлерге чектөө коюлбаган сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселелерин изилдөөлөр Э. Сейдакмат кызынын диссертациясында [Э. Сейдакмат к., 2016 ж.] жүргүзүлгөн. Анда Вольтердин интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемелери жеке туундуларда берилген жылуулук процесстери изилденген. А. Керимбековдун жана Э. Ф. Абдылдаеванын [А. Керимбеков, Э. Ф. Абдылдаева, 2015 ж.], У. Э. Дүйшөналиеванын [У. Э. Дүйшөналиева, 2016 ж.] илимий макалаларында Фредгольмдун интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемелеринин жеке туундуларда берилиши менен мүнөздөлгөн термелүү процесстери изилденген ж. б.

Диссертациянын темасынын эмгектин ири илимий-изилдөө программалары (долбоорлору) жана негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертация боюнча изилдөөлөр № КР-05 (мамлекеттик каттоонун номери № 0006988) «Электр өткөргүч линияларында жана өндүрүштүк топурак жана өсүмдүк системаларында болуп жаткан энергия-массалык алмашууну башкаруу процесстерин математикалык камсыздоо» КР

БИМ, № КР-03 (мамлекеттик каттоонун номери № 0007436) «Оптимальное управление нежелательными колебательными процессами, возникающими в линиях передач» илимий долбоорлорунун алкагында жүргүзүлгөн.

Изилдөөнүн максаттары жана милдеттери. Изилдөөнүн максаты түрдүү түзүмдөгү башкарууга ээ термелүү процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелеринин чыгарылышын изилдөө жана төмөнкү учурларда оптималдаштыруу маселелеринин чыгарылышынын бар болушунун жетиштүү шарттарын жана бирдиктүүлүгүн белгилөө болуп саналат:

– тышкы булактын башкаруу боюнча функциясы сызыктуу эмес жана монотондуу. Б.а. башкаруу мейкиндиги $\{u(t,x)\}$ жана башкарылуучу процесстердин абалынын мейкиндигинин $\{V(t,x)\}$ элементтеринин ортосунда өз ара бир маанилүү шайкештик болсо;

– тышкы булактын башкаруу боюнча функциясы сызыктуу эмес жана монотондуу эмес. Б.а. башкаруу мейкиндиги $\{u(t,x)\}$ жана башкарылуучу процесстердин абалынын мейкиндигинин $\{V(t,x)\}$ элементтеринин ортосунда өз ара бир маанилүү шайкештик шарты бузулган. Бул учурда башкаруу мейкиндиги (тышкы булактын функциясынын белгилерине карата) чектеш класстарга бөлүнөт. Б.а. өз ара кесилишпеген көптүк фактору түзүлөт $\{u_i(t,x)\}$, $i=1,2,3,\ldots$. Ар бир көптүк фактору башкарылуучу процесстин бир абалын гана аныктай турганын белгилей кетели $V(t,x)$, б.а. бул учурда өз ара бир маанилүү шайкештик абалдардын мейкиндиги $\{V(t,x)\}$ менен башкаруу мейкиндигинин факторунун $\{\tilde{u}(t,x)\}$элементтеринин ортосунда түзүлөт.

Төмөнкү сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселелери чыгарылды:

1) термелүү процесси Фредгольмдун интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен берилген экинчи тартиптеги жеке туундулар менен мүнөздөлгөн учурларда башкарылуучу процесстин чектик маселелеринин жалпыланган чыгарылыштарын жаңы аныктаманын негизинде түзүү;

2) оптималдык башкаруунун сызыктуу эмес интегралдык теңдемесин чыгаруу жана изделген “оптималдык” башкаруунун бар экендиги жана жалгыздыгы боюнча маселени изилдөө;

3) сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин толук чыгарылышын түзүү.

Илимий жаңылыгы. Башкарууда чектөөлөр болгон учурда сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинде изделген оптималдык башкаруу биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чексиз

өлчөмдүү системасынын чыгарылышы катары аныкталганы белгиленди;

− Биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылыштарынын бар экендигинин жетиштүү шарттары табылды жана анын чыгаруунун алгоритми иштелип чыкты;

− Булактын сызыктуу эмес функциясы функционалдуу алмашуучу боюнча монотондуу болгон учурда сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелерин толук чыгаруунун алгоритми иштелип чыкты;

− Булактын сызыктуу эмес функциясы функционалдуу алмашуучу боюнча монотондуу эмес болгон учурда (көптүк фактору пайда болгон учур) сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелерин толук чыгаруунун алгоритми иштелип чыкты;

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык баалуулугу. Ушул эмгек жалпысынан теориялык мүнөзгө ээ. Анын жыйынтыктары оптималдык башкаруу теориясы, интегро-дифференциалдык теңдемелер, математикалык физика теңдемелер боюнча мындан кийинки изилдөөлөрдө жана КР ЖОЖдору: Ж. Баласагын ат. КУУ, Россия Федерациясынын биринчи президенти Б. Н. Ельцин ат. КРСУ, И. Раззаков ат. КГТУ математика адистиктердинин студенттери үчүн атайын курстарды иштеп чыгууда колдонулушу мүмкүн.

Диссертациянын коргоого сунушталган негизги жоболору.

1. Оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесинде башкарууга чектөө бар болгон учурда оптималдык башкаруу биринди түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын чыгарылышы катары аныкталганынын далили;
2. Биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышынын бар экендигинин жетиштүү шарттары жана аны чыгаруунун алгоритми иштелип чыккан;
3. Булактын сызыктуу эмес функциясы функционалдуу алмашуучу боюнча монотондуу болгон учурда оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесинин толук чыгарылышынын бар экендигинин далили;
4. Булактын сызыктуу эмес функциясы функционалдуу алмашуучу боюнча монотондуу эмес (көптүк фактору пайда болгон учур) болгон учурда оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесинин толук чыгарылышынын бар экендигин далилдөө;

Изденүүчүнүн өздүк салымы. Диссертациялык эмгекте маселени коюу жана алынган жыйынтыктарды талкуулоо илимий жетекчинин түздөн-түз катышуусунда жүргүзүлдү.

Изилдөөнүн жыйынтыктарынын сыноодон өткөрүлүшү. Изилдөөнүн жыйынтыктары КР Улуттук илимдер академиясынын Математика Институтунун семинарларында (жетекчи – академик А. А. Бөрүбаев) жана төмөнкү илимий конференцияларда баяндалды жана талкууланды:

- КРСУнун түзүлүшүнүн 15 жылдыгына арналган «Башкаруу, топология жана оператордук теңдемелер теориясынын актуалдуу маселелери» деп аталган эл аралык маарекелик илимий конференция - Бишкек, 2008-ж.
- «Динамикалык системалар, оптималдык башкаруу жана математикалык моделдөө» эл аралык симпозиуму, 7-11-октябры, 2019-ж., Иркутск ш., Россия.
- Өнөр жай тиркемелерин башкаруу жана оптималдаштыруу боюнча 1-Эл аралык конференция, Баку 2020. (COIA 2020), 26-28-август, 2020-ж., Баку ш., Азербайжан Республикасы (онлайн).
- «Илим жана техникадагы инновациялар» эл аралык конференциясы, КРСУ, 25-ноябрь, 2020-ж., Бишкек ш.

Ошондой эле үзгүлтүксүз КРСУнун колдонмо математика жана информатика кафедрасынын илимий семинарларында талкууга алынган (жетекчи - проф. А. Керимбеков).

Диссертациянын жыйынтыктарынын басылмаларда толук чагылдырылышы. Диссертациялык изилдөөнүн негизги жыйынтыктары 12 илимий макалада [1]-[12] жарыяланган. Алар жарыяланган эмгектердин тизмегинде берилген. [9], [11] макала Web of Science маалыматтар базасына кирет, [3]-[6], [10], [12] макалалар РИНЦ маалыматтар базасына кирет. Биргелешкен иштерде маселелерди коюу илимий жетекчиге таандык, алынган негизги жыйынтыктар жана баалоолор талаптануучуга таандык.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация кыскартуулардын жана белгилөөлөрдүн тизмегинен, киришүүдөн, үч баптан, корутундулардан, колдонулган адабияттардын 71 аталыштагы тизмесинен турат. Бөлүмдөр үч сан менен белгиленген: биринчи сан – баптын номерин, экинчи сан – бөлүмдүн номерин, үчүнчү сан – параграфтагы катар номерди көрсөтөт. Иштин көлөмү 93 барактан турат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

«АДАБИЯТТАРДЫН СЕРЕБИ» деп аталган биринчи бапта интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн маселелердин мисалдары келтирилген жана мазмуну боюнча диссертациялык иштин темасына байланыштуу болгон эмгектердин кыскача түшүндүрмөлөрү жасалган.

«ИЗИЛДӨӨНҮН МАТЕРИАЛЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ» деп аталган экинчи бапта изилдөөнүн объекти жана предмети, коюлган маселелерди

чыгарууда колдонулган методдор сүрөттөлгөн.

«ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ЖАНА ЖЕКЕ ТУУНДУЛАРДАГЫ ТЕҢДЕМЕЛЕР МЕНЕН МҮНӨЗДӨЛГӨН ТЕРМЕЛҮҮ ПРОЦЕССТЕРИН СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ОПТИМАЛДАШТЫРУУНУН МАСЕЛЕЛЕРИН ЧЫГАРУУ» деп аталган үчүнчү бапта тышкы булактын функциясы башкаруучу параметрлерге карата сызыктуу эмес болгон жана башкарууга чектөө бар болгон учурда Фредгольмдун интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн термелүү процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселелери изилденген.

3.1-бөлүмдө башкарылуучу процесстин чектик маселесинин жалпыланган чыгарылышын түзүү жол-жобосу кеңири берилген.

$V(t,x)$ функциясы термелүү процессинин абалын сүрөттөйт жана $Q=(0,1)\times(0,T)$ аймагында чектик маселени канааттандырсын

$$V_{tt}=V_{xx}+\lambda\int_0^T K(t,\tau)V(\tau,x)d\tau+f\left[t,x,u(t,x)\right],\ 0<x<1, 0<t\le T, \tag{1}$$

$$V(0,x)=\psi_1(x),\quad V_t(0,x)=\psi_2(x),\qquad 0<x<1, \tag{2}$$

$$V_x(t,0)=0,\quad V_x(t,1)+\alpha V(t,1)=0,\qquad 0<t<T\ . \tag{3}$$

Мында $K(t,\tau)$ - берилген функция, ал $D=(0,T)\times(0,T)$ аймагында аныкталып, төмөнкү шартты канааттандырат:

$$K_0=\int_0^T\int_0^T K^2(t,\tau)d\tau dt<\infty; \tag{4}$$

$\psi_1(x)\in H_1(0,1),\ \psi_2(x)\in H(0,1)$ берилген функциялар, функционалдык алмашуучу боюнча сызыктуу эмес $u(t,x)\in H(Q)$ функциясы $f\left[t,x,u(t,x)\right]\in H(Q), Q=(0,1)\times(0,T)$ белгилүү, λ - параметри $H_1(0,1)$ - биринчи тартиптеги Соболев мейкиндиги, T – убакыттын белгиленген учуру.

Изилдөөлөр чектик маселенин жалпыланган чыгарылышын колдонуу менен жүргүзүлдү.

Аныктама. (1)-(3) чектик маселенин жалпыланган чыгарылышы деп (1) теңдемесин дээрлик бардык жерде канааттандырган $V(t,x)\in H_1(Q)$ функциясы аталат. Ал солгун мааниде баштапкы шарттарды канааттандырат, б.а. $\Phi_0(x)\in H(Q),\Phi_1(x)\in H(Q)$ каалаган функциясы үчүн төмөнкү барабардыктар оорун алат:

$$\lim_{t\to+0}\int_0^1 V(t,x)\Phi_0(x)dx=\int_0^1\psi_1(x)\Phi_0(x)dx,$$

$$\lim_{t\to+0}\int_0^1 V_t(t,x)\Phi_1(x)\,dx=\int_0^1 \psi_2(x)\Phi_1(x)dx,$$

жана Фурье коэффициенттери

$$V_n(t)=\int_0^1 V(t,x)z_n(x)\,dx \tag{5}$$

экинчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу интегралдык теңдемесин канааттандырат

$$V_n(t)=\lambda\int_0^T K_n(t,s)V_n(s)ds+q_n(t). \tag{6}$$

Мында $z_n(x)$ функциясы

$$z_n''+\lambda_n^2 z_n=0,\; z_n'(0)=0,\quad z_n'(1)+\alpha z_n(1)=0 \tag{7}$$

чектик маселесинин чыгарылышы жана $H(0,1)$ мейкиндигинде толук ортонормалдуу өздүк

$$z_n(x)=\sqrt{\frac{2\left(\lambda_n^2+\alpha^2\right)}{\lambda_n^2+\alpha^2+\alpha}}\cos\lambda_n x,\; n=1,2,3,\ldots,$$

функциялар системасын түзөт. Ал эми аларга тиешелүү өздүк маанилери

$$\lambda_n\le\lambda_{n+1},\;\; \lim_{n\to\infty}\lambda_n=\infty,\,(n-1)\pi<\lambda_n<\frac{\pi}{2}(2n-1),\, n=1,2,3,\ldots, \tag{8}$$

шаартарын канаатандырган $\lambda tg\lambda=\alpha$ трансценденттик теңдеменин чыгарылышы катары аныкталат.

$$K_n(t,s)=\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t \sin\lambda_n(t-\tau)K(\tau,s)d\tau,\quad K_n(0,s)=0 \tag{9}$$

функциясы ядро, ал эми

$$q_n(t)=\psi_{1n}\cos\lambda_n t+\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\sin\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t \sin\lambda_n(t-\tau)\,f_n\left[\tau,u\right]d\tau \tag{10}$$

функциясы интегралдык теңдеменин эркин мүчөсү болуп саналат.

Андан кийин $V_n(t)$ Фурье коэффициенттери (6) теңдеменин чыгарылышы катары төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$V_n(t)=\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)q_n(s)ds+q_n(t). \tag{11}$$

Мында $R_n(t,s,\lambda)$ интегралдык теңдемесинин резольвентасы ар бир белгиленген $n=1,2,3,...$ де төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$R_n(t,s,\lambda)=\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}K_{n,i}(t,s),\quad n=1,2,3,..., \tag{12}$$

мында $K_{n,i}(t,s)$ кайталануучу өзөктөр. (12)чи катардын

$$|\lambda|<\frac{\lambda_1}{T\sqrt{K_0}} \tag{13}$$

шартын канааттандырган λ параметрлеринин белгилери үчүн гана абсолюттук түрдө жыйналуучулугу далилденген.

Ошентип, (1)-(3) чектик маселесинин жалпыланган чыгарылышын төмөнкү формула боюнча табабыз:

$$V(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\psi_n(t,\lambda)+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^T\varepsilon_n(t,\eta,\lambda)\,f_n[\eta,u]d\eta\right]z_n(x), \tag{14}$$

мында

$$\varepsilon_n(t,\eta,\lambda)=\begin{cases}\sin\lambda_n(t-\eta)+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n(s-\eta)ds, & 0\le\eta\le t,\\ \lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n(s-\eta)ds, & t\le\eta\le T.\\ \text{при } t=\eta, \quad \varepsilon_n(t,t,\lambda)-\text{непрерывн,}\end{cases}$$

$$\psi_n(t,\lambda)=\psi_{1n}\left[\cos\lambda_n t+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\cos\lambda_n s ds\right]+$$

$$\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\left[\sin\lambda_n t+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n s ds\right],$$

$$f_n[t,u]=\int_0^1 f[t,x,u(t,x)]z_n(x)dx.$$

$V(t,x)$ абалынын функциясы жана жанын жалпыланган $V_t(t,x)$ туундусу $H(Q)$ функцияларынын квадраттык суммаланган гильберт мейкиндигинин элементтери экендиги далилденди. Ошентип, 3.1-бөлүмдө жалпыланган чыгарылыштын жаңы аныктамасы колдонулду жана λ параметринин белгилеринин өзгөрүү интервалы үчүн жалгыз жалпыланган чыгарылышын жашашы белгиленди.

3.2-бөлүмдө тышкы булактын функциясы бөлүнгөн жана бирдей бөлүнгөн башкарууларга карата сызыктуу эмес болгон учурда башкаруусунда чектөөлөр болгон интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн

термелүү процесстеринин сызыктуу эмес оптималдаштырылуусунун маселелеринин чечилиши изилденген.

1. Сызыктуу эмес оптималдаштыруунун жана изделген оптималдык башкаруунун теңдемелеринин маселелерин коюу.

$$J\left[u\left(t,x\right)\right]=\int_0^T\int_0^1 p\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]dxdt, \tag{15}$$

функционалды минималдаштырган башкарууну

$$V\left(T,x\right)=\xi\left(x\right), \tag{16}$$

шартында табуу талап кылынган сызыктуу эмес оптималдаштырууну карап көрөбүз.

Мында $V(t,x)\equiv V\left[t,x,u(t,x)\right]$ (1-3) чектик маселенин жалпыланган чыгарылышы болуп саналат, берилген функция $\xi\left(x\right)\in H(0,1)$.

Бул маселеде изделген башкарууну $V(t,x)$ башкарылуучу процесси $V(0,x)=\psi_1(x)$ баштапгыч абалынан T убакыттын аралыгында (16) акыркы абалына өтө тургандай абалда табуу керек. Мында $\psi_1\left(x\right)\in H_1(0,1), \psi_2\left(x\right)\in H(0,1)$, $p\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]\in H(Q)$ жана $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]\in H(Q)$ функциялары берилген жана $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$, $p\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$ функциялары башкаруу функциясынан сызыктуу эмес көз каранды болот.

Андан кийин (16) шартты төмөнкүдөй түрдө жазабыз:

$$\begin{gathered}V(T,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)q_n(s)ds+q_n(T)\right]z_n(x)=\\ =\sum_{n=1}^{\infty}\xi_n z_n(x)=\xi(x),\quad \xi_n=\int_0^1\xi(x)z_n(x)dx,\end{gathered} \tag{17}$$

жана мындан $\left\{z_n(x)\right\}$ жеке функциялардын системасынын сызыктуу көз карандысыздыгын эске алып, төмөнкү теңдемелер системасына ээ болобуз:

$$\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)q_n(s)ds+q_n(T)=\xi_n,\quad n=1,2,3,.... \tag{18}$$

(10)ду эске алып, татаал эмес эсептөөлөрдөн кийин бул теңдемелерди, төмөнкүдөй түрдө жазабыз:

$$\int_0^T\int_0^1 G_n(t,x,\lambda)f\left[t,x,u(t,x)\right]dxdt=h_n\left(\lambda\right),\ n=1,2,3,... \tag{19}$$

мында

$$G_n(\tau,x,\lambda)=\frac{z_n(x)}{\lambda_n}\left\{\sin\lambda_n(T-\tau)+\lambda\int_\tau^T R_n(T,s,\lambda)\frac{1}{\lambda_n}\sin\lambda_n(s-\tau)ds\right\}, n=1,2,3,\ldots, \quad (20)$$

$$h_n(\lambda)=\xi_n-\psi_{1n}\left\{\cos\lambda_n T+\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)\cos\lambda_n s ds\right\}-$$
$$-\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\left\{\sin\lambda_n T+\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)\sin\lambda_n s ds\right\}, n=1,2,3,.... \quad (21)$$

Ошентип, 1-пунктта изделген оптималдык башкарууну биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык (19) теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системаларынын чыгарылышы катары табуу керек.

2. Оператордук (19) теңдеменин чыгарылышын изилдөө.

Жогоруда белгиленгендей изделген оптималдык башкаруу биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын чыгарылышы катары аныкталат. Мындай системалардын чыгарылышын изилдөө үчүн оператордук методду колдонобуз. Ушул максатта (19) системасын оператордук формада жазып чыгабыз

$$\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)f\left[t,x,u(t,x)\right]dxdt=h(\lambda),\ n=1,2,3,..., \quad (22)$$

мында

$$G(t,x,\lambda)=\left\{G_1(t,x,\lambda),...,G_n(t,x,\lambda),...\right\}, \quad (23)$$

$$h(\lambda)=\left\{h_1(\lambda),...,h_n(\lambda),...\right\}. \quad (24)$$

Белгини киргизебиз

$$f\left[t,x,u(t,x)\right]=\nu(t,x) \quad (25)$$

жана (22) оператордук теңдемени төмөнкүдөй түрдө жазабыз

$$G[\nu]=\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)\nu(t,x)dxdt=h(\lambda). \quad (26)$$

Андан кийин төмөнкүл далилденди:

Лемма 1. $h(\lambda)$ вектору

$$\ell_2=\left\{a=(a_1,a_2,..,a_n,..)\,/\,\sum_{k=1}^{\infty}a_k^2<\infty\right\}$$

мейкиндигинин элементи болуп саналат.

Лемма 2. $G[\nu]:H(Q)\to\ell_2$, б.а. $G[\nu]$ оператору бардык $\nu(t,x)\in H(Q)$ да ℓ_2 мейкиндигинин элементи болуп саналат.

Ошентип, далилденген леммалардын негизинде (26) оператордук теңдемесин ℓ_2 мейкиндигинде карайбыз.

Анын чыгарылышын төмөнкүдөй түрдө издейбиз:

$$\nu(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}G_n\left(t,x,\lambda\right)\alpha_n+\gamma=G^*(t,x,\lambda)\alpha+\gamma, \tag{27}$$

мында $\alpha=\{\alpha_1,...,\alpha_n,...\}$ ℓ_2 мейкиндиктин белгисиз вектору, γ - эркин туруктуу. (27)ни (26)га коюп төмөнкүдөй катышка ээ болобуз

$$\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)\left[G^*(t,x)\alpha+\gamma\right]dxdt=h\left(\lambda\right), \tag{28}$$

же

$$\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)G^*(t,x,\lambda)dxdt\cdot\alpha=h(\lambda)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt. \tag{29}$$

Белгини киргизебиз

$$M\left(\lambda\right)=\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)G^*(t,x,\lambda)dxdt, \quad h(\lambda,\gamma)=h\left(\lambda\right)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt \tag{30}$$

жана (29)чу теңдемесин төмөнкүдөй түрдө оператордук формада жазып чыгабыз

$$M\left[\alpha\right]=M(\lambda)\cdot\alpha=h\left(\lambda,\gamma\right), \tag{31}$$

мында $M(\lambda)$ чексиз өлчөмдүү симметриялуу туруктуу матрица, $h(\lambda,\gamma)$ чексиз өлчөмдүү туруктуу вектор.

Төмөнкү леммалар далилденди:

Лемма 3. $h(\lambda,\gamma)$ вектору бардык белгиленген γ.де ℓ_2 мейкиндигинин элементи болуп саналат.

Лемма 4. $M\left[\alpha\right]$ оператору өзүндө ℓ_2 мейкиндигин чагылдырат, б.а. $\forall\alpha\in\ell_2\Rightarrow M\left[\alpha\right]\in\ell_2$.

Лемма 5. $M\left[\alpha\right]$ оператору оң мааниде аныкталган деп эсептелет, б.а. $\left\langle\alpha,M\alpha\right\rangle_{\ell_2}\geq 0$, ал эми $\left\langle\alpha,M\alpha\right\rangle_{\ell_2}=0$ качан гана $\alpha=\theta=\left(0,...,0,..\right)$ болгондо болот.

3 жана 4-леммаларга ылайык оператордук теңдеме (алгебралык) ℓ_2 мейкиндигинде каралат. 5-леммага ылайык оң мааниде аныкталган оператордун касиеттерин колдонуу менен $M\left[\alpha\right]$ оператору N тескери чектелген операторуна ээ экендигин тастыктайбыз

$$\alpha=Nh(\lambda,\gamma)=N\left(h\left(\lambda\right)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt\right) \tag{32}$$

жана $\left\|Nh(\lambda,\gamma)\right\|_{\ell_2}\leq N_0\left\|h(\lambda,\gamma)\right\|_{\ell_2}$, const $N_0>0$.

Эми табылган (32)чи чыгарылышты (27)кө коюп төмөнкү функцияны алабыз:

$$v(t,x)=G^*(t,x,\lambda)N\left(h(\lambda)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt\right)+\gamma. \quad (33)$$

Ал биринчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык (26) теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын чыгарылышы болуп саналат. γ параметринин түрдүү белгилеринде (26)чы теңдемесинин түрдүү чыгарылыштарына ээ боло турганыбызды көрүүгө болот, б.а. (26) теңдемеси чексиз көп чыгарылыштарга ээ. Андан ары эгер (33)тү (25)ге кое турган болсок, төмөнкү функцияга ээ болобуз:

$$f\left[t,x,u(t,x)\right]=G^*(t,x,\lambda)N\left(h(\lambda)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt\right)+\gamma. \quad (34)$$

Бул (22)чи оператордук теңдеменин чыгарылышы болуп саналат.

Ошентип, экинчи пунктта изделген оптималдык башкаруу (34) шартын канааттандырган чексиз көп чыгарылыштарга ээ (22)чи сызыктуу эмес оператордук теңдеменин чыгарылыштарынын арасында экендиги белгиленди

3. $f\left[t,x,u(t,x)\right]$ функциясы монотондуу болгон учурда функционалды минималдаштыруу.

Ошентип, изделген оптималдык башкарууну (34) катышына ылайык табууга болот. $f\left[t,x,u(t,x)\right]\in H(Q)$ функциясы $u(t,x)$ функционалдык алмашуучу боюнча монотондуу болгондугуна байланыштуу

$$f_u\left[t,x,u(t,x)\right]\neq 0,\quad \forall(t,x)\in Q \quad (35)$$

шарты аткарылат. Ошондо так эмес функциялар жөнүндө теоремага ылайык (34) катышы $u(t,x)$ алмашуучуга карата бир мааниде чечилет, б.а. ар бир белгиленген γ үчүн $\varphi(\cdot)$ функциясы жашайт

$$u(t,x)=\varphi\left(G^*(t,x,\lambda)N\left(h(\lambda)-\gamma\int_0^T\int_0^1 G(t,x,\lambda)dxdt\right)+\gamma\right)\equiv u(t,x,\gamma). \quad (36)$$

Эми табылган $u(t,x,\gamma)$ функциясын (15) функционалына коюп скалярдык функцияга ээ болобуз

$$J\left[u(t,x,\gamma)\right]=\int_0^T\int_0^1 p\left[t,x,u(t,x,\gamma)\right]dxdt=\Phi(\gamma), \quad (37)$$

мында $\gamma\in R$. Андан кийин $\Phi(\gamma)$ функциясын экстремумга карата изилдейбиз. Бул маселенин чыгарылышын төмөнкү катыштан табабыз:

$$\Phi'(\gamma)=\beta\int_0^T\int_0^1 p_u\left[t,x,u\left(t,x,\gamma\right)\right]u_\gamma\left(t,x,\gamma\right)dxdt=0,$$
$$\Phi''(\gamma)=\beta\int_0^T\int_0^1\Big(p_{uu}\left[t,x,u\left(t,x,\gamma\right)\right]\left(u_\gamma\left(t,x,\gamma\right)\right)^2+ \tag{38}$$
$$+p_u\left[t,x,u\left(t,x,\gamma\right)\right]u_{\gamma\gamma}\left(t,x,\gamma\right)dxdt>0.$$

(38)чи маселе бир же бир нече чыгарылышка ээ болушу мүмкүн.

1-учур: (38)чи маселе жалгыз $\gamma=\gamma^0$ чыгарылышына ээ деп эсептейли. Анда (36)га ылайык изделген $u^0\left(t,x\right)$ башкарууну төмөнкү формула боюнча табабыз

$$u^0(t,x)=u\left(t,x,\gamma^0\right). \tag{39}$$

Ал функционал минималдык белгиге ээ болгон жалгыз башкаруу болуп саналат, б.а.

$$J\left[u^0\left(t,x\right)\right]=J\left[u\left(t,x,\gamma^0\right)\right]\le J\left[u\left(t,x,\gamma\right)\right],\quad \forall\gamma\in R. \tag{40}$$

Бул учурда изделген $u^0(t,x)$башкаруу бир жол менен гана аныкталат жана оптималдуу болуп саналат.

2-учур: (38)чи маселе бир нече $\gamma_1^0,...,\gamma_m^0,$ чыгарылыштарга ээ деп эсептейли, мында m натуралдык сан. Бул учурда бир нече башкарууга ээ болобуз

$$u_1^0(t,x)=u\left(t,x,\gamma_1^0\right),...,u_m^0(t,x)=u\left(t,x,\gamma_m^0\right). \tag{41}$$

$u\left(t,x,\gamma_k^0\right)$ башкаруусуна шайкеш келген (15)чи функционалынын маанисин аныктайбыз

$$J\left[u_k^0\left(t,x\right)\right]=J\left[u\left(t,x,\gamma_k^0\right)\right],\quad k=1,...,m. \tag{42}$$

Андан кийин

$$J\left[u^0\left(t,x\right)\right]=\min\{J\left[u_1^0\left(t,x\right)\right],...,J\left[u_m^0\left(t,x\right)\right]\} \tag{43}$$

маселесинин чыгарылышынан $u^0(t,x)$ табабыз. Бул учурда $u^0(t,x)$ оптималдык башкаруу болуп саналат. Эгер $J\left[u\left(t,x,\gamma_k\right)\right]$ түрдүү маанилерге ээ болсо ал жалгыз болушу мүмкүн. Ал эми $J\left[u\left(t,x,\gamma_k\right)\right]$ функционалы бир эле мааниге ээ болсо бир нече башкаруу оптималдуу болушу мүмкүн, б. а.

$$J\left[u^0\left(t,x\right)\right]=J\left[u_i^0\left(t,x\right)\right],\quad i=1,2,...,r\le m. \tag{44}$$

Жогоруда белгиленгенге карап, эгер $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$ функциясы (38) маселенин чыгарылышы бирөө болсо, анда изделген оптималдык башкаруу (39) формула боюнча аныкталат. Эгер (38) маселенин чыгарылышы бирөө болбогон учурда изделген оптималдык башкаруу (43) катышка ылайык аныкталат. Ошентип $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$функциясы монотондуу болгон учурда изделген башкаруу

бир жол менен гана аныкталат, анткени эки учур тең бири бирин четке кагат.

5. $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$ **функциясы монотондуу болбогон учурда функционалдын минималдашуусу.**

$f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]\in H(Q)$ функциясы $u\left(t,x\right)$ функционалдык алмашуучу боюнча монотондуу болбогонуна байланыштуу, (35) шарты аткарылбайт жана төмөнкү катыш оорун алат:

$$f_u\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]=0\,. \tag{45}$$

Бул учурда (36) теңдеме бир нече чыгарылышка ээ болушу мүмкүн

$$u_k(t,x)=u_k(t,x,\gamma)\quad k=1,2,3,...,r,\ \gamma\in\boldsymbol{R}\,, \tag{46}$$

мында r каалаган натуралдык сан.

Эми табылган $u_k(t,x,\gamma)$ функциясын (15) функционалына коебуз жана скалярдык функцияларга ээ болобуз

$$J\left[u_k\left(t,x,\gamma\right)\right]=\int_0^T\int_0^1 p\left[t,x,u_k\left(t,x,\gamma\right)\right]dxdt=\varPhi_k(\gamma), \tag{47}$$

мында $k=1,2,...r$. Андан кийин $\varPhi_k\left(\gamma\right)$ функциясын экстремумга карата изилдейбиз. Эктремумга бир чекитте же бир нече чекитте жеткен учурлар болушу мүмкүн. $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$функциясы бир түрдө болгон учурда берилген «оптималдык» башкарууну аныктоо методикасы боюнча $u_k^0(t,x,\gamma_k^0)$ «оптималдык» башкарууну табабыз.

Андан кийин изделген $u^0\left(t,x\right)$оптималдык башкарууну төмөнкү шарттан табабыз:

$$J\left[u^0\left(t,x\right)\right]=\min\{J\left[u_1^0\left(t,x\right)\right],...,J\left[u_r^0\left(t,x\right)\right]\}\,. \tag{48}$$

Ошентип, эгер $f\left[t,x,u\left(t,x\right)\right]$ функциясы монотондуу болбосо, анда (34) теңдемеси бир нече чыгарылышка ээ болушу мүмкүн. Ар бир чыгарылышта монотондуу учурдагыдай изделген $u^0\left(t,x\right)$ оптималдык башкарууну табабыз. Эгер $\{J\left[u_1^0\left(t,x\right)\right],...,J\left[u_r^0\left(t,x\right)\right]\}$ сандарынын барабарлары жок болсо, ал жалгыз болот.

Бул бөлүмдө ошондой эле тышкы булактын функциясы бирдей бөлүштүрүлгөн башкарууга карата сызыктуу эмес болгон учур үчүн жана башкарууга болгон чектдөө абалын мүнөздөөчү функцияны жана анын жалпыланган туундусун камтыган изилдөөлөрдүн жыйынтыктары берилген.

Интегралдык функционал

$$J\left[u\right]=\int_0^T p\left[t,u(t)\right]dt, \tag{49}$$

төмөнкү чектик маселенин көптүгүнүн чыгарылышында

$$V_{tt}=V_{xx}+\lambda\int_0^T K(t,\tau)V(\tau,x)d\tau+g(t,x)f\left[t,u(t)\right],\ 0<x<1,\quad 0<t\le T,$$

$$V(0,x)=\psi_1,\quad V_t(0,x)=\psi_2,\quad 0<x<1, \tag{50}$$

$$V_x(t,0)=0,\quad V_x(t,1)+\alpha V(t,1)=0,\quad 0<t<T,$$

эң минималдуу мааниге ээ боло турган $u^0(t)$ оптималдуу башкарууну жалпыланган чыгарылыштын

$$V(T,x)=\xi_1(x),\ V_t(T,x)=\xi_2(x) \tag{51}$$

толуктоо чектөөсү деп аталган шарттарын канаатандыргандай кылып табуу маселеси каралган. Чектик маселенин чыгарылышы төмөнкүдөй

$$V(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)q_n(s)ds+q_n(t)\right]z_n(x), \tag{52}$$

$$q_n(t)=\psi_{1n}\cos\lambda_n t+\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\sin\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t \sin\lambda_n(t-\tau)g_n(\tau)f\left[\tau,u(\tau)\right]d\tau.$$

$u^0(t)$ оптималдуу башкаруу үчүн (51) барабардыгы аткарылсын дели. Анда (52) негизинде Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын алабыз

$$\int_0^T D(t)f\left[t,u(t)\right]dt=H\ , \tag{53}$$

мында

$$D(t)=\{D_0(t),D_1(t),...,D_n(t)...\},\quad D_n(t)=\{A_n(t),B_n(t)\},$$

$$H(t)=\{H_0,H_1,...,H_n...\},\ H_n=\{H_{1n},H_{2n}\},\ D_n(t)=\begin{pmatrix}A_n(t)\\ B_n(t)\end{pmatrix},\ H_n(t)=\begin{pmatrix}H_{1n}(t)\\ H_{2n}(t)\end{pmatrix},$$

$$A_n(t)=\frac{1}{\lambda_n}\left(\sin\lambda_n(T-t)+\lambda\int_t^T R_n(T,s,\lambda)\sin\lambda_n(s-t)ds\right)g_n,$$

$$B_n(t)=\left(\cos\lambda_n(T-t)+\lambda\int_\tau^T R'_{n_t}(T,s,\lambda)\frac{1}{\lambda_n}\sin\lambda_n(s-\tau)ds)\right)g_n, \tag{54}$$

$$H_{1n}(T)=\xi_{1n}-\psi_{1n}\left[\cos\lambda_n T+\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)\cos\lambda_n sds\right]-$$

$$-\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\left[\sin\lambda_n T+\lambda\int_0^T R_n(T,s,\lambda)\sin\lambda_n sds\right],$$

$$H_{2n}(T)=\xi_{2n}-\psi_{1n}\left[-\lambda_n\sin\lambda_nT+\lambda\int_0^T R'_{n_t}(T,s,\lambda)\cos\lambda_n sds\right]-$$
$$+\frac{\psi_{2n}}{\lambda}\left[\cos\lambda_nT+\lambda\int_0^T R'_{n_t}(T,s,\lambda)\sin\lambda_n sds\right]. \quad (55)$$

Ал төмөндөгү чыгарылышка ээ

$$f[t,u(t)]=D^*(t)\{G^{-1}H-\bar{C}(\gamma)\}+\gamma=D^*(t)G^{-1}H-D^*(t)\bar{C}(\gamma)+\gamma. \quad (56)$$

$f[t,u(t)]$ функциясынын монотонндуу болгон учурда, б.а.

$$f_u[t,u(t)]\neq 0,\quad \forall t\in[0,T] \quad (57)$$

(56) барабардыгынан $u(t)$ башкаруу бир маанилеш болуп аныкталат (ар бир фиксирленген γ маанирери үчүн), б.а.

$$u(t)=\varphi\left[D^*(t)G^{-1}H-D^*(t)\bar{C}(\gamma)+\gamma\right]\equiv u(t,\gamma) \quad (58)$$

(58) аткарыла тургандай $\varphi(\cdot)$ функциясы жашайт.

Ал эми $f[t,u(t)]$ функциянын монотондуу эмес болгон учурда, б.а.

$$f_u[t,u(t)]=0,\quad \forall t\in[0,T]. \quad (59)$$

(56) алгебралык теңдемеси бир нече

$$u_k(t)=u_k(t,\gamma),\quad k=1,2,3,...,r. \quad (60)$$

чыгарылышка ээ болот. Демек, (51) шарты аткарыла турган чексиз өлчөмдүү $\{u(t)\}$ башкаруунун жашашы аныкталды. Жогоруда көрсөтүлгөн схеманын негизинде, функционалды минималдаштыруу маселеси изилденген жана изделген оптималдык башкарууну табуу алгоритми тургузулган.

3.3-бөлүмдө тышкы булактын функциясы бөлүштүрүлгөн башкарууга жана бирдей бөлүштүрүлгөн башкарууга карата сызыктуу эмес болуп саналган жана башкарууга коюлган чектөө абалдын функциясын гана камтыган учурлар үчүн оптималдаштыруунун жөнөкөй сызыктуу эмес маселелерин изилдөөнүн жыйынтыктары берилген.

Интегралдык функционал

$$J[u(t,x)]=\int_0^T\int_0^1 p[t,x,u(t,x)]dxdt, \quad (61)$$

төмөнкү чектик маселенин көптүгүнүн чыгарылышында

$$V_{tt}=V_{xx}+f[t,x,u(t,x)],\ 0<x<1,0<t<T,$$
$$V(0,x)=\psi_1(x),\quad V_t(0,x)=\psi_2(x),\qquad 0<x<1, \quad (62)$$
$$V_x(t,0)=0,\quad V_x(t,1)+\alpha V(t,1)=0,\qquad 0<t<T.$$

эң минималдуу мааниге ээ боло турган $u^0(t)$ оптималдуу башкарууну жалпыланган чыгарылыштын

$$V(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\psi_{1n}\cos\lambda_n t+\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\sin\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\sin\lambda_n(t-\tau)f_n\left[\tau,u\right]d\tau\right]z_n(x) \quad (63)$$

чектөө шартын

$$V\left(T,x\right)=\xi\left(x\right). \quad (64)$$

канаатандыргандай кылып табуу маселеси каралган.

3.4-бөлүмдө тышкы булактын функциясы бөлүштүрүлгөн башкарууга жана бирдей бөлүштүрүлгөн башкарууга карата сызыктуу эмес болуп саналган жана башкарууга коюлган чектөө абалдын жалпылаштырылган туунду функциясын гана камтыган учурлар үчүн оптималдаштыруунун жөнөкөй сызыктуу эмес маселелерин изилдөөнүн жыйынтыктары берилген.

КОРУТУНДУ

Изилдөө учурунда булактын функциясы башкаруучу параметрлерге карата сызыктуу эмес болгон жана башкарууга чектөө болгон учурда Фредгольмдун интегралдык операторунун интегро-дифференциалдык теңдемеси менен мүнөздөлгөн термелүү процесстеринин сызыктуу эмес оптималдаштырылуусунун маселелеринде:

1. Оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесинде башкарууга чектөө болгон учуруда изделген оптималдык башкаруу биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңделмелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын чыгарылышы катары аныкталганы белгиленди;
2. Биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышы бар экендигинин жетиштүү шарттары белгиленди жана анын чыгарылышын түзүүнүн алгоритми иштелип чыкты;
3. Тышкы булактын сызыктуу эмес функциясы алмашуучу функционал боюнча монотондуу болгон жана монотондуу эмес учурда оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселелерин толук чыгарылышы бар экендиги далилденди;

Негизги натыйжалар фактор-көптүк түшүнүгүн колдонуу менен алынган б.а. изилденүүчү маселенин өзгөчөлүгү болуп саналган башкаруу мейкиндигин факторизациялоо ыкмасы менен.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАМАЛАР

Диссертациянын илимий жыйынтыктары теориялык мүнөзгө ээ жана оптикалдык башкаруу теориясын, интегро-дифференциалдык теңдемелерди, математика физикасынын теңдемелерин андан ары изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН АДАБИЯТТАРДЫН ТИЗМЕСИ

1. Доулбекова, С. Б. Решение задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний методом обобщенного управления [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Программные системы: теория и приложения: тр. междунар. конф. ИПС РАН. – Переславль-Залесский. – М., 2006. – Т. 2. – С. 113–120.
2. Доулбекова, С. Б. Применение метода факторизации при решении задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: междунар. юбил. науч. конф., посвящ. 15-летию образования КРСУ. – Бишкек, 2008. – С. 90–94.
3. Доулбекова, С. Б. Решение задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний методом факторизации [Текст] / С. Б. Доулбекова // Вестн. Кырг.-Рос. славян. ун-та. – 2010. – Т. 10, № 9. – С. 56–61. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=21794708
4. Доулбекова, С. Б. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний в классе немонотонных функций [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Вестн. Кырг.-Рос. славян. ун-та. – 2014. – Т. 10, № 1. – С. 157–160. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=21274203
5. Доулбекова, С. Б. Исследование одного случая при решении задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний [Текст] / С. Б. Доулбекова // Вестн. Кырг.-Рос. славян. ун-та. – 2015. – Т. 15, № 5. – С. 65–67. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=23877855
6. Доулбекова, С. Б. О случаях появления особых управлений при решении задачи нелинейной оптиимизации упругих колебаний [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Вестн. Кырг.-Рос. славян. ун-та. – 2015. – Т. 15, № 5. – С. 77–79. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=23877859
7. Доулбекова, С. Б. Обобщенное решение краевой задачи управляемого колебательного процесса [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Информационные технологии: инновации в науке и образовании: материалы междунар. науч.-практ. конф. – Актөбе, 2015. – С. 157–160.
8. Доулбекова, С. Б. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний, описываемых фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Динамические системы, оптимальное управление и

математическое моделирование: материалы междунар. симп. – Иркутск, 2019. – С. 216–218. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=40928275

9. Doulbekova, S. B. On the solvability of a nonlinear optimization problem with a given control constraint [Текст] / A. Kerimbekov, S. B. Doulbekova // Proceedings of the 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA 2020). – Baku, 2020. – Vol. 1. – P. 224–226. – Режим доступа: https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000606323800071
10. Доулбекова, С. Б. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов при появлении особых управлений [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Вестн. Евраз. нац. ун-та им. Л. Н. Гумилева. Математика. Компьютер. науки. Механика. – 2020. – № 3 (132). – С. 8–16. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=47164396
11. Doulbekova, S. B. On solvability of the nonlinear optimization problem with the limitations on the control [Text] / A. Kerimbekov, S. B. Doulbekova // AIP Conference Proceedings. – 2021. – Vol. 2325, 020043. – Режим доступа: https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-recod/ WOS:000653734600057
12. Доулбекова, С. Б. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов с ограничениями на управления [Текст] / А. Керимбеков, С. Б. Доулбекова // Вестн. Кырг.-Рос. славян. ун-та. – 2021. – Т. 21, № 12. – С. 11–18. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/ item.asp?id=48045602

Доулбекова Салтанат Байызбековнанын 01.01.02 – дифференциалдык теӊдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий окумуштуулук даражасын алуу үчүн “Факторизация методу менен серпилгич термелүүлөрдү сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесин чыгаруу” темасында жазылган диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: Термелүү процесси, жалпыланган чыгарылыш, функционал, оптималдык башкаруу, сызыктуу эмес интегралдык теӊдеме, оператордук теӊдеме, жыйналуучулук.

Изилдөө объекти: Фредгольмдун интегро-дифференциалдык теӊдемелери менен мүнөздөлгөн, башкарылуучу термелүү процесстери.

Изилдөө предмети: Башкаруу функциясына чектөөлөр коюлган учурда Фредгольмдун интегралдык оператору менен жеке туундуларда интегро-дифференциалдык теӊдемелер менен мүнөздөлгөн термелүү процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелеринин чыгарылышынын алгоритмин иштеп чыгуу.

Изилдөөнүн максаты: Башкаруусунда чектөөлөрү бар термелүү процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселелеринин чыгарылышын изилдөө жана бар болушунун жетиштүү шарттарын жана оптималдаштыруу маселесинин жалгыз чыгарылыш бар экендигин белгилөө болуп саналат.

Изилдөөнүн усулдары: оптималдык башкаруу теориясынын, оператордук теңдемелердин теориясынын жана вариациялык эсептөөнүн методдору.

Иштин илимий жаңылыгы:

– Башкарууда чектөөлөр болгон учурда оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесинде изделген оптималдык башкаруу биринчи түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин чексиз өлчөмдүү системасынын чыгарылышы катары аныкталганы белгиленди;

– Биринчи түрдөгү Фредгольм сызыктуу эмес интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышы бар экендигинин жетиштүү шарттары табылды жана аны чыгаруунун алгоритми иштелип чыкты;

– Булактын сызыктуу эмес функциясы алмашуучу функционал боюнча монотондуу жана монотонду эмес болгон учурда оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселесин толук чыгаруунун алгоритми иштелип чыкты;

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Башкаруусунда чектөөлөрү бар термелүү процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруунун маселелерин чыгаруунун иштелип чыккан алгоритми тиркемелерде термелүү процесстерин башкарууга байланыштуу практикалык маселелерди чыгарууда колдонулушу мүмкүн.

Колдонуу аймагы. Оптималдык башкаруу теориясы, интегро-дифференциалдык теңдемелер, математикалык физиканын теңдемеси.

РЕЗЮМЕ

диссертации Доулбековой Салтанат Байызбековны на тему «Решение задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний методом факторизации» представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: колебательный процесс, обобщенное решение, функционал, оптимальное управление, нелинейное интегральное уравнение, операторное уравнение, сходимость.

Объект исследования: Управляемые колебательные процессы, описываемые интегро-дифференциальными фредгольмовыми уравнениями.

Предмет исследования: Предметом исследования являются разработка алгоритма построения решения задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов, описываемые интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных с интегральным оператором Фредгольма, при наложениях ограничений на функцию управления.

Цель работы: исследование разрешимости задач нелинейной оптимизации колебательных процессов с ограничениями на управления и установление достаточных условий существования и единственности решения задачи оптимизации.

Методы исследования: Методы теории оптимального управления, методы теории операторных уравнений и методы вариационного исчисления.

Полученные результаты и их новизна:

– Установлено, что в нелинейной задаче оптимизации при наличии ограничении на управление искомое оптимальное управление определяется как решение бесконечномерной системы нелинейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода;

– Найдены достаточные условия существования решения системы нелинейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода и разработан алгоритм построения ее решения;

– Разработан алгоритм построения полного решения нелинейной задачи оптимизации в случае, когда нелинейная функция источника является монотонной и не монотонной по функциональной переменной;

Рекомендации по исследованию. Разработанный алгоритм построения решения задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов с ограничениями на управления может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с управлением колебательных процессов.

Область применения. Теория оптимального управления, интегро-дифференциальные уравнения, уравнение математической физики.

SUMMARY

dissertations "Solving the problem of nonlinear optimization of elastic oscillations by the factorization method" by Doulbekova Saltanat Bayzbekovna is submitted for the scientific degree of physical-mathematical sciences candidate, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: oscillatory process, generalized solution, functional, optimal control, nonlinear integral equation, operator equation, convergence.

Object of research controlled oscillatory processes described by Fredholm integro-differential equations.

Subject of research the subject of the research is the development of an algorithm for constructing a solution to the problem of nonlinear optimization of oscillatory processes, described by partial integro-differential equations with an integral Fredholm operator, when imposing restrictions on the control function.

Aim of research the aim of the work is to study the solvability of problems of nonlinear optimality of oscillatory processes with restrictions on control and the

establishment of sufficient conditions for execution and unique solutions to the problems.

Research methods methods of the theory of optimal control, methods of the theory of operator equations and methods of the calculus of variations.

The scientific results and their novelty:

– It has been established that in a nonlinear optimization problem in the presence of a control constraint, the desired optimal control is defined as a solution to an infinite-dimensional system of nonlinear Fredholm integral equations of the first kind;

– Sufficient conditions for the existence of a solution to a system of nonlinear Fredholm integral equations of the first kind are found and an algorithm for constructing its solution is developed;

– An algorithm has been developed for constructing a complete solution to a nonlinear optimization problem in the case when the nonlinear source function is monotonic and not monotonic in a functional variable;

Recommendations on using. The developed algorithm for constructing a solution to the problem of nonlinear optimization of oscillatory processes with restrictions on controls can be used in applications for solving practical problems related to the control of oscillatory processes.

Field of applications. Theory of optimal control, integro-differential equations, equation of mathematical physics.

Доулбекова Салтанат Байызбековна

Факторизация ыкмасы менен серпилгич термелүүлөрдү сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесин чыгаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын автореферaты

Басып чыгарууга кол коюлган 16.04.2022
Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Көлөм 1,5 б.
Офсеттүү кагаз. Нускасы 100 экз. Буйрутма №268

Б.Н. Ельцин ат.Кыргыз–Орус Славян университети
Окуу–басма борбор
720048, Бишкек ш., Анкара көч., 2